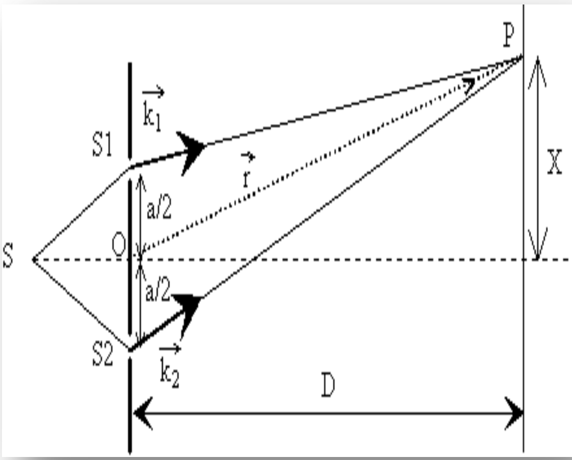
Sur les traces d'un phénomène – corrigé

Étude théorique

1.



2. $\delta = |SS_1P - SS_2P| = |(SS_1 + S_1P) - (SS_2 + S_2P)|$

Dans le cas étudié ici, on a $SS_1 = SS_2$

En utilisant une approche géométrique, on obtient :

$$\delta = |S_1P - S_2P| = \left|\sqrt{D^2 + \left(X - \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(X + \frac{a}{2}\right)^2}\right|$$

$$= \left|\sqrt{D^2\left(1 + \frac{\left(X - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)} - \sqrt{D^2\left(1 + \frac{\left(X + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)}\right|$$

$$\Rightarrow \delta = D\left|\left(1 + \frac{\left(X - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{\left(X + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2}\right)^{1/2}\right|$$

3. Le phénomène d'interférences n'est observable qu'à condition que $a \ll D$ et $X \ll D$.

Or on peut montrer mathématiquement l'approximation suivante : $Y \ll 1 \Rightarrow (1 + Y)^n \approx 1 + nY$

On peut alors écrire $\delta = D\left|\left(1 + \frac{\left(X - \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2}\right) - \left(1 + \frac{\left(X + \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2}\right)\right| = \frac{aX}{D}$

4. $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{aX}{D}$

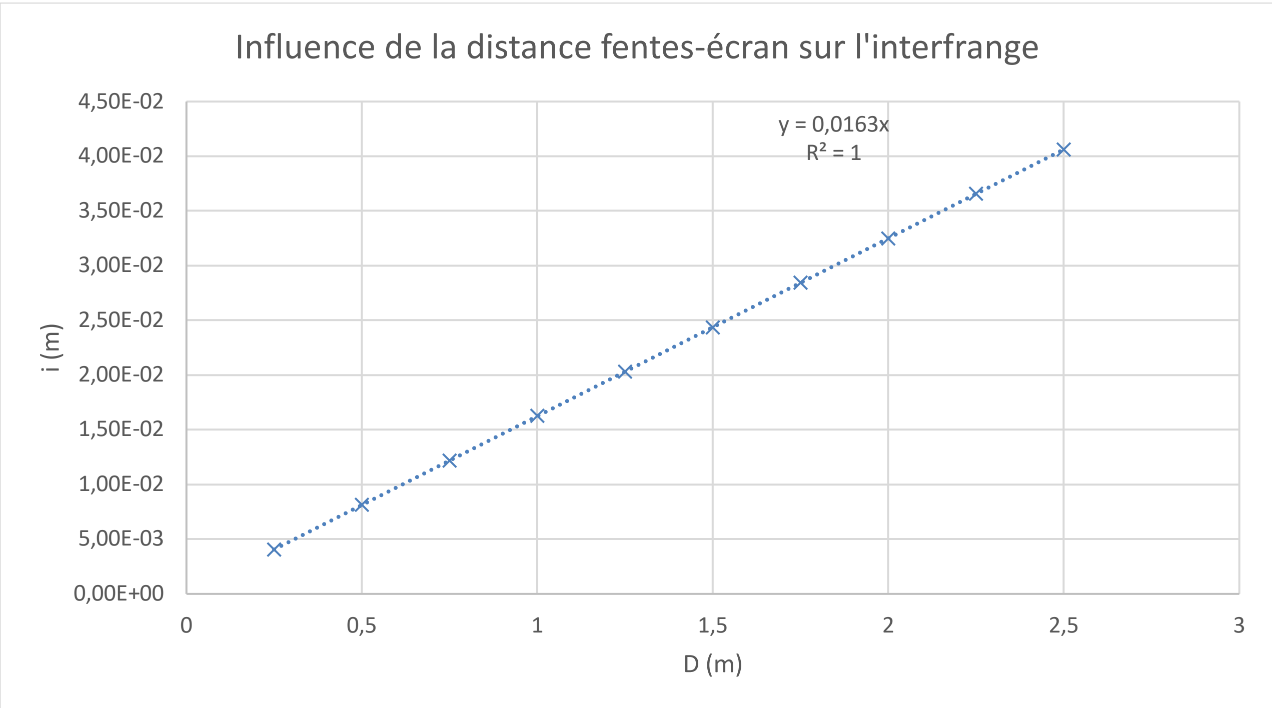
5. $\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\frac{ai}{D} = 2\pi \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$

Étude expérimentale

1. Influence de la distance diapositive – écran, D, sur l'interfrange i

- Pour un écartement a fixé (a = 40 µm), mesurer l'interfrange pour différentes valeurs de la distance D Pour une mesure plus précise, mesurer plusieurs interfranges, et diviser la distance mesurée par le nombre d'interfranges mesurés.
- Tracer la courbe donnant i en fonction de D.
- Conclure

D (m)	i (m)
0,25	$4,06.10^{-3}$
0,5	$8,13.10^{-3}$
0,75	$1,22.10^{-2}$
1	$1,63.10^{-2}$
1,25	$2,03.10^{-2}$
1,5	$2,44.10^{-2}$
1,75	$2,84.10^{-2}$
2	$3,25.10^{-2}$
2,25	$3,66.10^{-2}$
2,5	$4,06.10^{-2}$



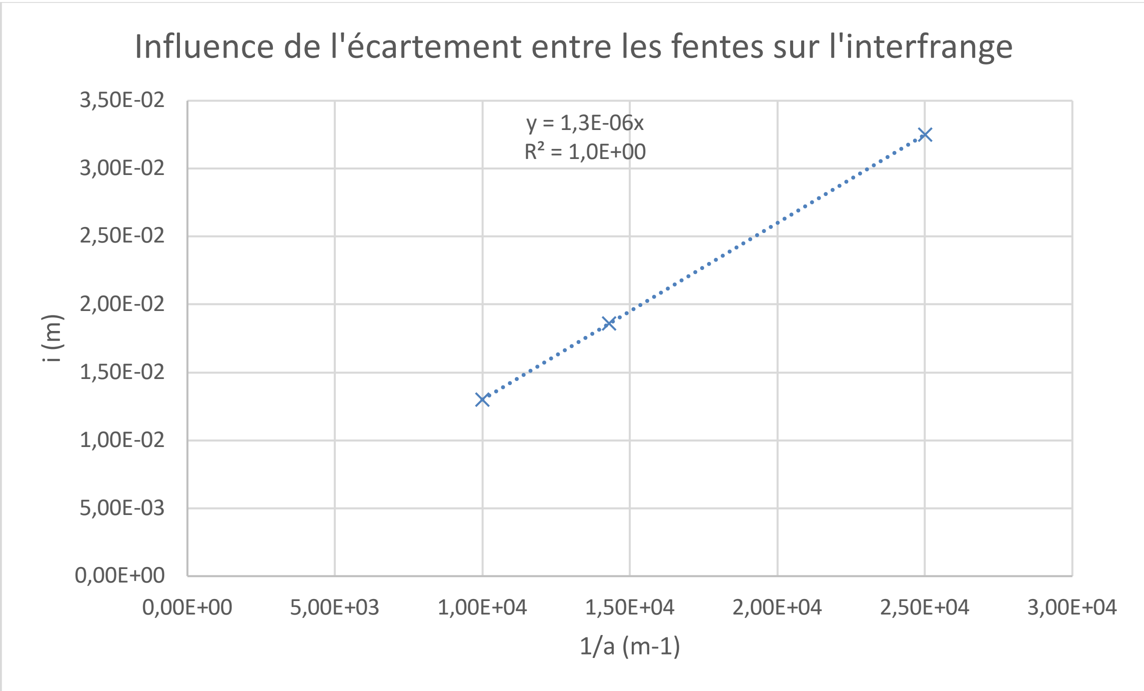
L'interfrange i est bien proportionnel à la distance entre les fentes et l'écran, D.

$$k = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \lambda = ka = 0{,}0163 \times 40.10^{-6} = 6{,}5.10^{-7}m = 650\ nm.$$

2. Influence de l'écartement a entre les fentes sur l'interfrange

- Pour une distance D fixée (D = 2,0 m), mesurer l'interfrange pour différentes valeurs de l'écartement a
  Pour une mesure plus précise, mesurer plusieurs interfranges, et diviser la distance mesurée par le nombre d'interfranges mesurés.
- Tracer la courbe donnant i en fonction de 1/a.
- Conclure.

a (m)	**1/a (m^{-1})**	**i (m)**
$4{,}00.10^{-5}$	$2{,}50.10^{4}$	$3{,}25.10^{-2}$
$7{,}00.10^{-5}$	$1{,}43.10^{4}$	$1{,}86.10^{-2}$
$1{,}00.10^{-4}$	$1{,}00.10^{4}$	$1{,}30.10^{-2}$



L'interfrange i est bien inversement proportionnel à l'écartement entre les fentes, a.

$$k = \lambda D \Rightarrow \lambda = \frac{k}{D} = \frac{1{,}3.10^{-6}}{2{,}0} = 6{,}5.10^{-7} m = 650\ nm.$$

Dans les deux études, on trouve la même valeur de λ, cohérente avec la source utilisée.
On a donc validé expérimentalement l'expression de l'interfrange i en fonction de D, λ et a.